

E-BOOK

VEM ENEM

2021

**DIAS 16 A 19 DE NOVEMBRO
E 22 A 26 DE NOVEMBRO**



MATEMÁTICA

Sesc Fecomércio
Senac

Senac

Faculdade
Senac Goiás

**CENTRO EDUCACIONAL
SESC CIDADANIA**

**VEM
ENEM
2021**



**Faculdade
Senac Goiás**

MATEMÁTICA

 **Sesc** Fecomércio
Senac

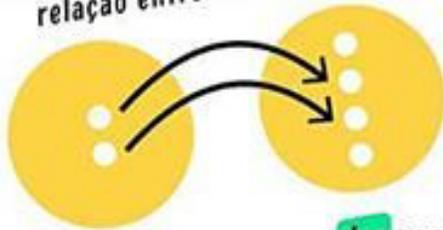
 **Senac**

Faculdade
Senac Goiás

FUNÇÃO

O QUE É?

relação entre dois conjuntos

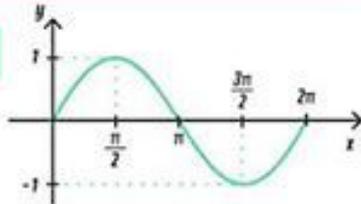


descomplica

TRIGONOMÉTRICAS

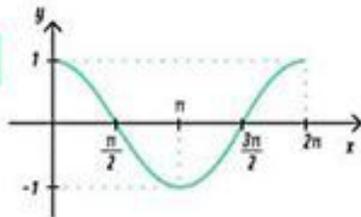
SENO

$$f(x) = \text{sen } x$$
$$P = 2\pi$$



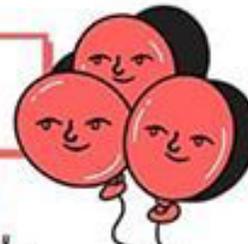
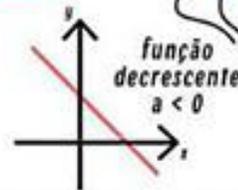
COSENSO

$$f(x) = \text{cos } x$$
$$P = 2\pi$$



AFIM

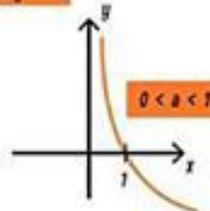
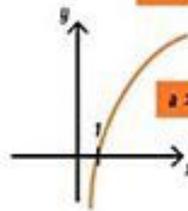
$$f(x) = ax + b$$



FUNÇÕES MATEMÁTICAS

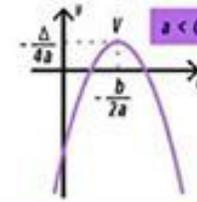
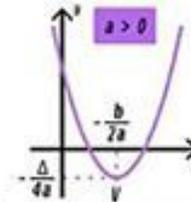
LOGARÍTMICA

$$f(x) = \log_a x$$



QUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

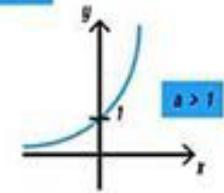
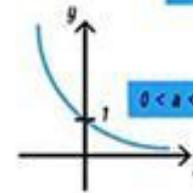


DICA

- $\Delta > 0$ corta o eixo x em dois pontos
- $\Delta = 0$ corta uma vez o eixo x
- $\Delta < 0$ não corta o eixo x

EXPONENCIAL

$$f(x) = a^x$$



FUNÇÃO POLINOMIAL DO 1º GRAU

FUNÇÃO DO 1º GRAU

Forma Da Função 1º Grau

$$F(x) = A \cdot x + B \quad F: D \rightarrow CD$$

Coefficiente LINEAR
Coefficiente ANGULAR

Domínio da Função

Contradomínio da Função

Assume o valor da IMAGEM da função para cada valor de X e D

$a \neq 0$

se $a > 0$, então $f(x)$ CRESCENTE

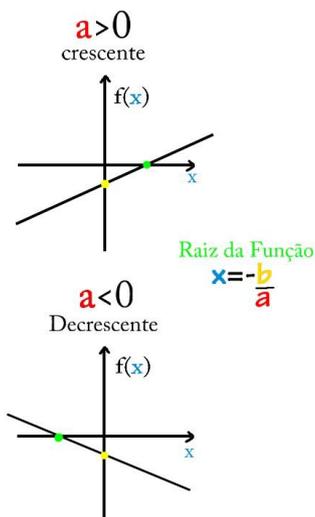
se $a < 0$, então $f(x)$ DECRESCENTE

Raiz da Função
(também chamado de ZERO da função)

$$\begin{aligned} f(x) &= 0 \\ ax + b &= 0 \\ ax &= -b \\ x &= -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

Valor de X que faz a IMAGEM ser 0

Gráficos



FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU – FUNÇÃO QUADRÁTICA

Função Quadrática
Função polinomial 2º grau

$f(x) = ax^2 + bx + c$
($a \neq 0$)
 $a, b, c \in \mathbb{R}$

Vértice
Valor máximo ($a < 0$) e Valor mínimo ($a > 0$)
 $x_v = \frac{-b}{2a}$ $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$

Soma e Produto
 $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$
 $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Forma fatorada
 $f(x) = a(x - x_1) \cdot (x - x_2)$

Raízes
 $\Delta < 0$: não possui raízes reais
 $\Delta = 0$: possui duas raízes reais e iguais
 $\Delta > 0$: possui duas raízes reais e distintas

Fórmula de Bháskara
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

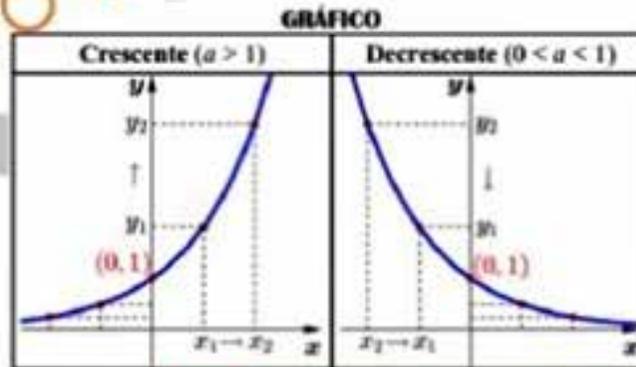
Gráfico
é uma parábola

- $a > 0$: concavidade p/ cima
- $a < 0$: concavidade p/ baixo
- o valor de "c" corta o eixo Y $\rightarrow (0, c)$
- Interseções no eixo X \rightarrow raízes

FUNÇÃO EXPONENCIAL

$f(x) = a^x$
 $a > 0$ e $a \neq 1$
 $D = \mathbb{R}$
 $Im = \mathbb{R}^+$

O eixo horizontal é uma assintota horizontal: uma "reta horizontal" para a qual a função se aproxima, quando x assume valores muito grandes positivos ou muito grandes negativos.



- * Principais Propriedades Potenciação / Radiciação**
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
 - $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ($a \neq 0$ e $m \geq n$)
 - $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$
 - $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ($b \neq 0$)
 - $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $x^{m/n} = \sqrt[n]{x^m}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

EQUAÇÃO EXPONENCIAL

$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y$

INEQUAÇÃO EXPONENCIAL

$>$; \geq ; $<$; \leq

$a^x > a^y \Leftrightarrow x > y$

Se $a > 1$

$a^x > a^y \Leftrightarrow x < y$

Se $0 < a < 1$

$2^x < 2^4 \Leftrightarrow x < 4$

$0,5^x > 0,5^2 \Leftrightarrow x < 2$



- RESOLUÇÃO**
- Reduzir ambos os membros da igualdade a uma mesma base e igualar os expoentes
 - Decompor as potências em bases iguais, eliminar as bases e igualar os expoentes. Ex: $2^{x+4} = 4 \rightarrow 2^{x+4} = 2^2 \rightarrow x+4 = 2 \cdot x = 10$
 - Se na decomposição não conseguirmos igualar as bases devemos utilizar artifícios como as propriedades de potenciação/radiciação e/ou substituição de termos por incógnitas.

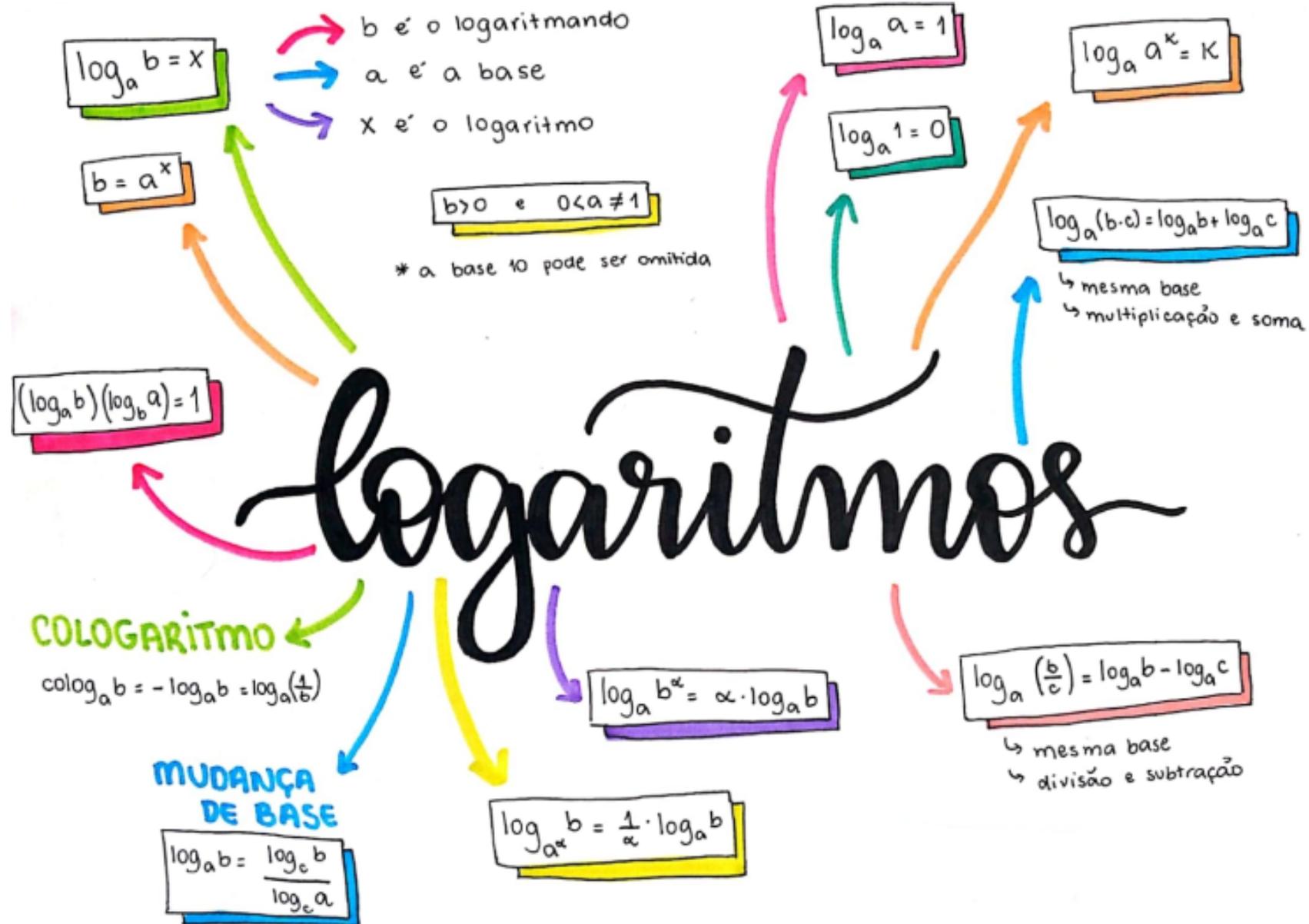
Ex: $3^{2x} + 3^{x+1} = 18 \rightarrow 3^{2x} = 3 \cdot 3^x \rightarrow 3^x \rightarrow 3^{2x} + 3 \cdot 3^x = 18 \rightarrow$

Fazendo $3^x = y \rightarrow 3^{2x} = y^2$ (Explicando: $3^{2x} = (3^x)^2$ e como $3^x = y$ então: $3^{2x} = y^2$)

Substituindo na equação $\rightarrow 3y^2 + 3y - 18 = 0 \rightarrow$ Resolvendo a equação de 2º grau teremos as raízes $y = -6$ e $3 \rightarrow 3^x = y \rightarrow 3^x = -6$ (não existe) e $3^x = 3 \rightarrow x = 1$

Ex: $3^{x+1} + 3^{2x+1} = 90 \rightarrow 3^{x+1} = 3^x \cdot 3$ e $3^{2x+1} = 3^x \cdot 3^x \cdot 3 \rightarrow 3^x \cdot 3 + 3^x \cdot 3^x \cdot 3 = 90 \rightarrow$ Fazendo $3^x = y \rightarrow y \cdot 3 + y \cdot 3 = 90 \rightarrow y + 9y = 270 \rightarrow y = 27 \rightarrow 3^x = y \rightarrow 3^x = 27 \rightarrow 3^x = 3^3 \cdot \therefore x = 3$

FUNÇÃO LOGARÍTMICA



O QUE É

A FUNÇÃO LOGARÍTMICA É DADA PELA LEI $f(x) = \log_a x$, NO QUAL "A" É A BASE POSITIVA ($A > 0$) E SEMPRE DIFERENTE DE 1. NESSE TIPO DE FUNÇÃO, O LOGARITMO DE BASE "A", LIGADO A DETERMINADO VALOR DE B, TEM O EXPOENTE IGUAL A X, QUE É A POTÊNCIA DA BASE QUE RESULTA JUSTAMENTE EM B. ISTO É:

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Logaritmando Logaritmando
Base

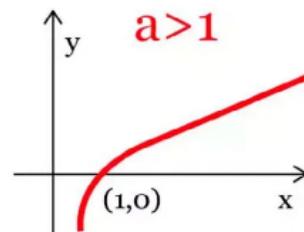
FUNÇÃO LOGARÍTMICA

GRÁFICO

O GRÁFICO DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA É UMA CURVA, CONSTRUÍDA EM RAZÃO DOS VALORES APLICADOS EM X E OS RESPECTIVOS RESULTADOS CALCULADOS PARA F (X). AS COORDENADAS SÃO COLOCADAS DENTRO DO PLANO CARTESIANO NOS QUADRANTES I E II, POIS ESSA FUNÇÃO É CARACTERIZADA POR $x > 0$. ALÉM DISSO, A DEPENDER DA BASE "A", SÃO CLASSIFICADAS EM CRESCENTE E DECRESCENTE.

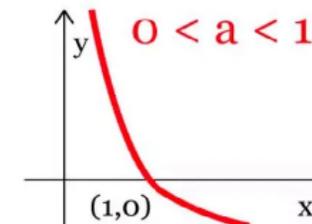
CRESCENTE

CASO A BASE A SEJA MAIOR QUE 1 ($x_1 < x_2 \rightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$), A FUNÇÃO LOGARÍTMICA É DITA COMO CRESCENTE. JÁ QUE À MEDIDA QUE X AUMENTA ACONTECE O MESMO COM O F(X). É UMA CURVA QUE CRESCE EM VIRTUDE DO AUMENTO DE X.



DECRESCENTE

SE A BASE FOR $0 < a < 1$, A FUNÇÃO É DECRESCENTE EM TODO O SEU DOMÍNIO ($x_1 < x_2 \rightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$). ISSO OCORRE PORQUE À MEDIDA QUE X AUMENTA, A IMAGEM DIMINUI. ESSA RELAÇÃO INVERSAMENTE PROPORCIONAL ORIGINA A SEGUINTE REPRESENTAÇÃO GRÁFICA:



GEOMETRIA PLANA



GEOMETRIA PLANA

PONTO
 ↳ representados por letras maiúsculas (A, B, C, P...)
 ↳ colineares: mesma reta
 ↳ coplanares: mesmo plano

RETA
 • segmento de reta

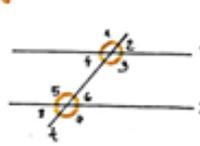
 • semirreta


PLANO
 ↳ três pontos distintos não colineares determinam um único plano

ÂNGULO
 ↳ é a parte do plano delimitada por duas semirretas de mesma origem

RETAS PARALELAS

cortadas por uma transversal



- alternos: 1e7, 2e8, 3e5, 4e6
- correspondentes: 1e5, 2e6, 3e7, 4e8
- colaterais: 1e8, 2e7, 3e6, 4e5

MEDIDA DO ÂNGULO

- ↳ reto: 90°
- ↳ agudo $< 90^\circ$
- ↳ obtuso $> 90^\circ$

geometria plana

INTRODUÇÃO

SOMA DE ÂNGULOS

- ↳ complementares: somam 90°
- ↳ suplementares: somam 180°
- ↳ replementares: somam 360°

POSIÇÃO DOS ÂNGULOS

- ↳ consecutivos: possuem um lado em comum
- ↳ adjacentes: consecutivos, sem pontos internos em comum

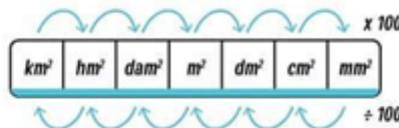
BISSETRIZ

- ↳ divide um ângulo em dois ângulos congruentes.

ÁREAS?



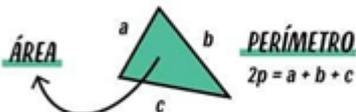
UNIDADES



PRINCIPAIS ÁREAS

CUIDADO!

ÁREA É DIFERENTE DE PERÍMETRO



ÁREAS DE FIGURAS PLANAS



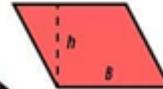
$$A = l^2$$



$$A = b \cdot h$$



$$A = \frac{1}{2} b \cdot h$$



$$A = b \cdot h$$



$$A = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$

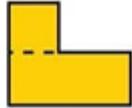
CÁLCULO

DIRETA



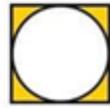
$$A = \triangle$$

PARTIÇÃO

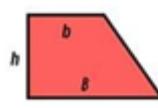


$$A = \square + \text{retângulo}$$

EXCLUSÃO



$$A = \square - \bigcirc$$



$$A = \frac{(b+B) \cdot h}{2}$$



$$A = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$



$$A = \pi R^2$$

GEOMETRIA ANALÍTICA

PONTO

- possui coordenadas no eixo x e no eixo y.
- representação (x, y)

DISTÂNCIA DE DOIS PONTOS

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

BARICENTRO

- ponto de encontro das medianas.

$$G \left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \right)$$

ÁREA

de um triângulo ABC

$$A = \frac{|D|}{2} \quad D = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$$

CIRCUNFERÊNCIA

$$R^2 = (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 \rightarrow \text{reduzida}$$

- (x_c, y_c) → coordenadas do centro da circunferência.

DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA

$$d = \frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

geometria analítica

RETA

- equação geral $ax + by + c = 0$

- equação reduzida $y = mx + n$

- n → coeficiente linear
- corta o eixo y
- m → coeficiente angular

COEFICIENTE ANGULAR (m)

- na equação reduzida, c é o valor que acompanha o x.

$$\text{tg } \alpha = m$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

→ equação fundamental

→ em gráfico

$$\begin{array}{l} m > 0 \quad \nearrow \\ m < 0 \quad \searrow \\ m = 0 \quad \text{—} \end{array}$$

PROBABILIDADE

FENÔMENOS DETERMINÍSTICOS

↳ as conclusões podem ser feitas antes da realização do experimento.

FENÔMENOS ALEATÓRIOS

↳ um mesmo experimento pode apresentar resultados distintos.

PRINCÍPIOS

↳ aditivo: conectivo "ou"
↳ soma

↳ multiplicativo: conectivo "e"
(decisões em seqüência) ↳ multiplica

EXEMPLO

• jogar 2 dados
• probabilidade da soma dos resultados obtidos nas faces superiores ser 10:

$\begin{matrix} 4+6 \\ 6+4 \\ 5+5 \end{matrix}$

↳ 3 eventos possíveis

• total de possibilidades para 2 dados: $n(E) = 36$

$$P = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

probabilidade

ESPAÇO AMOSTRAL (E)

↳ conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório.

• $n(E)$: número de elementos do espaço amostral.

ex: lançar uma moeda:

$E = \{\text{cara, coroa}\}$

$n(E) = 2$

EVENTO

↳ qualquer subconjunto do espaço amostral.

EVENTO COMPLEMENTAR

Evento + evento complementar = espaço amostral

DEFINIÇÃO DE PROBABILIDADE

↳ número de situações possíveis dividido pelo número de situações existentes no espaço amostral.

$$\text{probab. do evento} = \frac{n(\text{evento})}{n(\text{esp. amostral})}$$

ESTATÍSTICA

CONCEITOS

- **Universo ou população**
Conjunto de todos os elementos que fazem parte do estudo estatístico.

- **Amostra**
Subconjunto do universo que é retirado quando sua população é muito grande.

- **Amplitude**
Diferença entre os extremos da amostra.

Estadística

MEDIDAS DE DISPERSÃO

- **Desvio médio (Dm)**

$$Dm = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

- **Variância (V)**

$$V = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

- **Desvio padrão (Dp)**

$$Dp = \sqrt{V}$$

FREQUÊNCIAS

- **F. absoluta:** quantidade de vezes que algo ocorreu;
- **F. relativa:** forma percentual da F. absoluta;
- **F. acumulada:** soma das classes anteriores.

MEDIDAS DE TENDÊNCIA CENTRAL

- **Média Simples**

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

elemento
n nº de elementos

- **Média Ponderada**

$$\bar{x} = \frac{F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + \dots + F_n \cdot x_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

elemento
... elemento

- **Moda**

Elemento da amostra com a maior frequência

- **Mediana**

- ↳ n par: termos centrais / 2
- ↳ n ímpar: 1º termo central

Todo sempre em ROL

nº de filhos	F. abs	F. rel	F. ac
0	30	28,8%	30
1	36	26,5%	66
2	60	47,6%	126

NÁLISE COMBINATÓRIA

CÁLCULO
↳ de quantas maneiras um evento pode acontecer.

PRINCÍPIO DA CONTAGEM
↳ Ex: $\begin{cases} 2 \text{ calças: } C_1, C_2 \\ 3 \text{ blusas: } B_1, B_2, B_3 \end{cases}$
↳ $C_1B_1, C_1B_2, C_1B_3, C_2B_1, C_2B_2, C_2B_3 = 6 \text{ casos}$

COMBINAÇÃO SIMPLES
↳ a ordem não importa

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

exemplo: formar grupos de pessoas

ARRANJO SIMPLES
↳ a ordem importa
↳ usa parte do universo

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

n = universo
p = parte

análise combinatória

PERMUTAÇÃO SIMPLES
↳ a ordem importa

$$P_n = n!$$

Fatorial!

usa o universo todo

exemplo: formar anagramas

PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO
↳ usa o universo todo.

$$P_n = \frac{n!}{\text{repetições!}}$$

PERMUTAÇÃO CIRCULAR
↳ para n objetos distintos

$$PC_n = (n-1)!$$



Faculdade
Senac Goiás